

Devoirs de contrôle N°1

QCM:

Pour chacune des propositions suivantes, dites si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse:

- 1) Si une fonction f est bornée sur un domaine \mathcal{D} , alors elle admet un maximum et un minimum sur \mathcal{D} .
- 2) La fonction f définie sur $[-1, +\infty[$ par: $f(x) = \frac{3x}{1-|x|}$ est impaire.
- 3) (O, \vec{i}, \vec{j}) étant un repère orthonormé, $\vec{u} = -\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = 3\vec{j}$ deux vecteurs, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$.
- 4) Si $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$, alors \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires de sens contraires.

Exercice 1:

Soient $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ et $g(x) = \frac{-3}{x+3}$ deux fonctions.

Soient (\mathcal{C}_f) et (\mathcal{C}_g) leurs représentations graphiques dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Déterminer les domaines de définition de f et de g .
- 2)
 - a) Donner la forme canonique de f .
 - b) Déduire les variations de f sur les intervalles $] -\infty, -2]$ et $[-2, +\infty[$.
 - c) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de (\mathcal{C}_f) courbe représentative de f .
 - d) Tracer (\mathcal{C}_f) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .



في دارك... إتهنوني على قرابتة إصغارك

- 3) a) Etudier la parité de g .
 b) Montrer, par le calcul, que (\mathcal{C}_f) et (\mathcal{C}_g) ont trois points d'intersection A, B et C dont on déterminera les coordonnées.
 c) Justifier que (\mathcal{C}_g) est une hyperbole préciser le centre et les asymptotes.
 d) Tracer (\mathcal{C}_g) dans le même repère que (\mathcal{C}_f) et placer les points A, B et C .

4) Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par: $h(x) = \frac{-3}{|x|+3}$.

- a) Montrer que h est paire.
 b) Montrer que h est majorée par 0 et minorée par -1 sur \mathbb{R} .
 c) Etudier les variations de h sur $]-\infty, 0]$ puis sur $[0, +\infty[$
 d) Montrer que la restriction de h à $[0, +\infty[$ est égale à g .
 e) Construire, dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe (\mathcal{C}_h) à partir de celle de g .

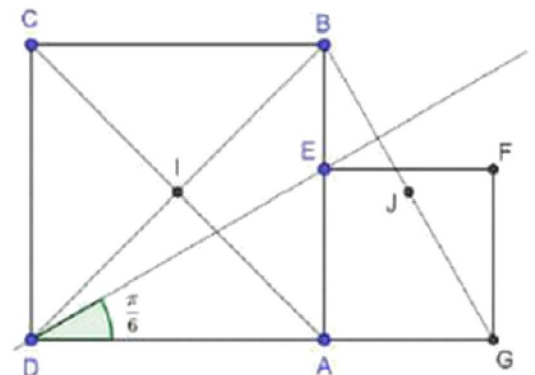
5) Résoudre graphiquement:

- a) $\frac{-3}{x+3} \geq 0$
 b) $\frac{-3}{x+3} \geq \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$
 c) $h(x) > \frac{-1}{2}$

Exercice 2:

Dans la figure ci-contre, on considère les deux carrés $ABCD$ et $AEFG$ où $AB = \sqrt{3}$ et E est le point du segment $[AB]$ tel que $\widehat{ADE} \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$.

- 1) a) Montrer que $\vec{DA} \cdot \vec{DB} = 3$.
 b) En déduire que $DE = 2$ puis $AE = 1$.
 2) a) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ et $\vec{AD} \cdot \vec{AG}$.
 b) En déduire que les droites $(DE) \perp (BG)$.
 3) a) Montrer que $\vec{DE} \cdot \vec{DB} = 3 + \sqrt{3}$.
 b) Vérifier l'égalité $\frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
 c) En déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.



في دارك... إتهون علمي قرابت إصغارك

4) Soit I le milieu du segment $[AC]$.

a) Montrer que pour tout point M du plan on a :

$$MA^2 + MC^2 = MI^2 + 3.$$

b) Déterminer l'ensemble \mathcal{C} des points M du plan tels que

$$MA^2 + MC^2 = 7.$$

5) On considère le repère $(O, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AE})$ et soit J le milieu de $[BG]$.

a) Déterminer les coordonnées des points A, G, E, B et J .

b) Calculer $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AJ}$.

c) Déduire la mesure de l'angle \widehat{GAJ} .



في دارك... إتهنوخ علمو قرابتة إصغارك

